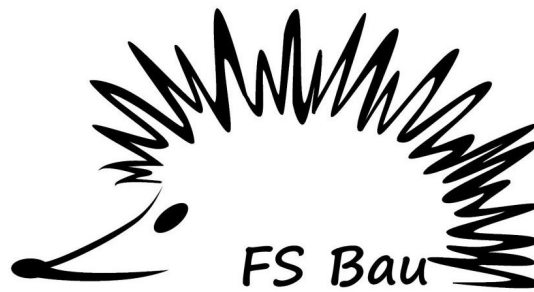


**Die Formelsammlungen sind teilweise stark veraltet (Vorlesungsinhalte aus vergangenen Semestern, alte Normen...) und sollten lediglich als Hilfestellung zum Verfassen eigener Formelsammlungen dienen. Kontrolliert auf jeden Fall die Formeln, es haben sich auch Fehler eingeschlichen.**

# Baustatik Formelsammlung

Jan Höffgen

16. April 2013



Die Formelsammlung wurde auf der Grundlage der Vorlesungen  
Baustatik I im SS2012 und Baustatik II im WS2012/2013 am KIT erstellt.

Es besteht kein Anspruch auf Vollständigkeit oder Fehlerfreiheit.  
Fehler bitte der Fachschaft melden.

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Brauchbarkeit von Tragwerken</b>	<b>3</b>
1.1	Abzählformel (notwendige Bedingung) . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Schnittgrößenverläufe</b>	<b>3</b>
2.1	geneigte Träger . . . . .	3
2.2	Vorgehen Dreigelenkbogen . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Berechnung diskreter Verschiebungen mit dem Arbeitssatz</b>	<b>4</b>
<b>4</b>	<b>Kraftgrößenverfahren</b>	<b>4</b>
4.1	Reduktionssatz . . . . .	4
<b>5</b>	<b>Einflusslinien von Kraftgrößen</b>	<b>5</b>
5.1	Statisch bestimmte Systeme . . . . .	5
5.2	Statisch unbestimmte Systeme . . . . .	5
5.3	Auswertung von Einflusslinien . . . . .	5
<b>6</b>	<b>Einflusslinien von Verschiebungsgrößen<sup>†</sup></b>	<b>6</b>
<b>7</b>	<b>Verschiebungsgrößenverfahren</b>	<b>6</b>
7.1	Drehwinkelverfahren . . . . .	6
<b>8</b>	<b>Symmetrische Tragwerke</b>	<b>7</b>
<b>9</b>	<b>Finite Elemente Methode für Fachwerke</b>	<b>7</b>
<b>10</b>	<b>Schnittgrößen vorgespannter Tragwerke</b>	<b>8</b>
10.1	Berechnung mit dem Kraftgrößenverfahren . . . . .	8
10.2	Berechnung mit dem Verschiebungsgrößenverfahren . . . . .	8
<b>11</b>	<b>Räumliche Tragwerke</b>	<b>9</b>
11.1	Kraftgrößenverfahren im 3D . . . . .	9
11.2	Verschiebungsgrößenverfahren im 3D . . . . .	10

---

<sup>†</sup> ab hier Baustatik II

# 1 Brauchbarkeit von Tragwerken

## 1.1 Abzählformel (notwendige Bedingung)

- $n = \underbrace{[a + s \cdot p]}_{\# \text{ Unbekannte}} - \underbrace{[g \cdot k + r]}_{\# \text{ GGW-Bed.}}$ 
  - $n < 0$ : statisch überbestimmt, kinematisch
  - $n = 0$ : statisch bestimmt
  - $n > 0$ : n-fach statisch überbestimmt
  - a: # Lagerreaktionen
  - s: # Schnittgrößen pro Teilstab
  - p: # Teilstäbe
  - g: # GGW-Bed. je Knoten
  - k: # Knoten
  - r: # Nebenbedingungen

- ebenes Fachwerk:  $n = a + p - 2k$

- ebenes Stabtragwerk:  $n = a + 3(p - k) - r$

$\Rightarrow n \geq 0 \wedge$  widersprüchlicher Polplan: System nicht kinematisch  $\rightarrow$  System brauchbar

## 2 Schnittgrößenverläufe

### 2.1 geneigte Träger

- Eigengewicht  $G = g \cdot l$ : wirkt über Stablänge;  $g_{||} = g \cdot \sin \alpha$ ,  $g_{\perp} = g \cdot \cos \alpha$
- Schnee wirkt über Grundlinie; bezogen auf Stablänge:  $\tilde{s} = s \cdot \cos \alpha \rightarrow s_{||} = s \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$ ,  $s_{\perp} = s \cdot \cos^2 \alpha$
- Wind: wirkt senkrecht zur Stabachse über die Stablänge;  $w = w_{\perp} = w_H = w_V$ ,  $w_{||} = 0$

### 2.2 Vorgehen Dreigelenkbogen

- allg: ungleiche Lagerhöhe
  1.  $\sum M_{ges}^A = 0$
  2.  $\sum M_{re}^G = 0 \rightarrow V_B, H_B$
  3.  $\sum H_{ges} = 0 \rightarrow H_A$
  4.  $\sum V_{ges} = 0 \rightarrow V_A$
- gleiche Lagerhöhe
  1.  $\sum M_{ges}^A = 0 \rightarrow V_B$
  2.  $\sum M_{re}^G = 0 \rightarrow H_B$
  3.  $\sum M_{li}^G = 0 \rightarrow H_A$
  4.  $\sum M_{ges}^B = 0 \rightarrow V_A$
- lastfreies Teilsystem ersetzen durch einwertiges Auflager mit WL in Richtung Verbindung B-G

### 3 Berechnung diskreter Verschiebungen mit dem Arbeitssatz

- Virtuelle  $\bar{I}$ -Last in Richtung der zu berechnenden Verschiebung/Verdrehung auf das System aufbringen
- Arbeitssatz
 
$$\bar{I} \cdot (\delta/\varphi/\Delta\varphi) =$$

$$+ \int_x \bar{N} \frac{N}{EA} dx + \int_x \bar{M}_y \frac{M_y}{EI_y} dx + \int_x \bar{Q}_z \frac{Q_z}{\kappa_Q GA} dx \quad \text{Schnittgrößen}$$

$$+ \int_x \bar{N} \alpha_T T_N dx + \int_x \bar{M} \alpha_T \frac{T_M}{h} dx \quad \text{Temperatur mit } T_N = \frac{T_u + T_o}{2}, T_M = T_u - T_o \text{ (} u : \text{ gestrichelte Faser)}$$

$$+ \sum_i \bar{F}_{ci} \frac{F_{ci}}{c_i} \quad \text{Federn mit } \bar{F}_{ci} : \text{ Kraft in Feder durch Einslast}$$

$$- \sum_i \bar{C}_i \hat{c}_i - \sum_i \hat{\varphi}_i \cdot \bar{M}_i \quad \text{Lagerverschiebung mit } \bar{C}_i : \text{ Auflagerkraft durch Einslast } \hat{c}_i : \text{ Lagerverschiebung}$$
- Berechnen der Integrale mit Integraltafeln, auf Vorzeichen achten
- Fachwerk: Schnittgrößenanteil:  $\bar{I} \cdot \delta = \sum_{i=1}^n \bar{S}_i \frac{S_i}{(EA)_i} l_i$
- Ersatzfedersteifigkeiten
  - Allgemein: Verformung  $\delta$  aus  $\bar{I}$ -Last mit Arbeitssatz bestimmen  $\rightarrow k = \delta^{-1}$
  - Biegefeder:  $k_B = \frac{3EI}{l^3}$
  - Dehnfeder:  $k_N = \frac{EA}{l}$
  - Drehfeder:  $k_\varphi = \frac{EI}{l}$
- Annahme  $EA \rightarrow \infty$  wenn  $EA > \frac{EI}{l^2} \cdot 10000$

### 4 Berechnung der Auflagerkräfte statisch unbestimmter Tragwerke mit dem Kraftgrößenverfahren

- Lösen von n Bindungen und jeweils Ersetzung durch virtuelle Kraft  $X_i \Rightarrow$  statisch bestimmtes Grundsystem
  - Das GS darf durch das Lösen der Bindungen nicht kinematisch werden
- Lastzustand: Aufbringen der äußeren Lasten auf GS  $\rightarrow M_0$
- Einheitszustände: Aufbringen der jeweiligen virtuellen Kraft  $X^i = 1 \rightarrow M_i$
- KV:  $\delta_{ik} = \int_x \frac{N^i N^k}{EA} + \int_x \frac{M^i M^k}{EI} + \dots$  (Stelle i, Ursache k) (vgl. Arbeitssatz)
- Elastizitätsgleichung(en): Bestimmung der wirklichen und virtuellen Verschiebungsgrößen: Auflager  $\equiv$  Verschiebung aus äußerer Last + Verschiebung aus virtueller Last = 0
 
$$\Rightarrow \begin{pmatrix} \delta_{10} \\ \vdots \\ \delta_{n0} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \delta_{11} & \dots & \delta_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_{n1} & \dots & \delta_{nn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X^1 \\ \vdots \\ X^n \end{pmatrix} = \vec{0} \rightarrow \text{Statisch Unbestimmte } X^n \text{ berechnen}$$
- Superposition, z. B. für M:  $M_{ges} = M_0 + X_1 M_1$

#### 4.1 Reduktionssatz

- Verschiebung/Verdrehung berechenbar durch Arbeitssatz:  $M_0$  am statisch unbestimmten,  $M_1$  am statisch bestimmten Grundsystem aufstellen

## 5 Einflusslinien von Kraftgrößen

- Die Einflusslinie (EL) liefert die Auswirkungen einer Kraft  $F$  an der Stelle  $r$  des Tragwerkes auf eine Kraftgröße  $S_m$  an der Stelle  $m$
- Satz von Land: Die EL einer Kraftgröße  $S_m$  ist die (Projektion der) Biegelinie des Lastgurtes (in Richtung der Wanderlast), wenn an der Stelle  $m$  eine Verschiebung  $1$  entgegengesetzt zu  $S_m$  aufgebracht wird.

### 5.1 Statisch bestimmte Systeme

1. Lösen der Bindung (an der Stelle  $m$ )  $\rightarrow n = -1$ , System wird kinematisch
2. Polplan aufstellen
3. Auslenken des Systems an der Stelle  $m$  um  $1$  entgegen der gesuchten Kraftgröße
  - Die EL an einem stat. best. System ist immer aus Geraden zusammengesetzt
  - im Polplan:
    - Hauptpol des Lastgurtes  $\equiv$  Nulldurchgang EL (wenn die Wanderlast an der Stelle des HP über den Körper wandert)
    - Nebenpol des Lastgurtes  $\equiv$  Knick in EL
    - Nebenpol im Unendlichen:  $\varphi_k = \varphi_i$
    - Zwei Hauptpole in einem Punkt  $\rightarrow$  zugehöriger Nebenpol im gleichen Punkt
    - Zwei Orte für einen Nebenpol  $\rightarrow$  zugehörige Körper bewegen sich wie eine Scheibe
- Bei gegenseitigen Verschiebungen auf die Vorzeichen achten!

### 5.2 Statisch unbestimmte Systeme

1. An der Stelle  $m$  Bindung der gesuchten Kraftgröße lösen und  $1$ -Last in Richtung der Kraftgröße aufbringen
  - Grad der statischen (Un)Bestimmtheit:  $n' = n - 1$
  - $M_0$ -Verlauf aufstellen (für  $n \geq 2$  mit Reduktionssatz und KV)
2. qualitative Biegelinie zeichnen
3. diskrete Verschiebungen an geeigneten Punkten in Richtung der Wanderlast berechnen (für  $n \geq 2$  mit Reduktionssatz)
4. Skalierungsfaktor bestimmen:  $\nu \cdot d_m := -1 \rightarrow \nu = -\frac{1}{\delta_m}$  ( $\varphi_m, \Delta\varphi_m$  äquivalent)
5. Werte der Biegelinie mit  $\nu$  multiplizieren
6. Projektion der skalierten Biegelinie in Richtung der Wanderlast  $\equiv$  EL
  - Falls Teilsystem kinematisch: EL über Polplan

### 5.3 Auswertung von Einflusslinien

- Wert der Kraftgröße  $S_m$  durch mehrere Einzellasten und Streckenlasten:  $S_m = \sum_{i=1}^n F_i \eta_i + \int_x q(x) \eta(x) dx$
- EL bei indirekter Belastung
  1. EL für die direkte Belastung ermitteln
  2. Ordinatenwerte unter Lastträgern geradlinig verbinden

## 6 Einflusslinien von Verschiebungsgrößen<sup>†</sup>

- EL einer Verschiebungsgröße eines Punktes  $m \equiv$  Biegelinie infolge der entsprechenden Kraftgröße 1 im Punkt  $m$  in Richtung der Verschiebungsgröße
1. 1-Last an Stelle  $m$  in Richtung der gesuchten Verschiebung/Verdrehung aufbringen
  2. Biegelinie aus Momentenlinie ermitteln (bei  $n \geq 1 \rightarrow$  KV)
  3. diskrete Werte der Biegelinie bestimmen (bei  $n \geq 1 \rightarrow$  Reduktionssatz)
  4. Biegelinie ist Einflusslinie  $\eta$

## 7 Verschiebungsgrößenverfahren

1. Bestimmung der Überzähligen (im 2D maximal 3 Verschiebungsgrößen je Knoten)
  2. Schaffung eines geometrisch bestimmten Grundsystems mit Teilstäben entsprechend der Grundelemente 1, 2a und 2b durch die Verschiebungen verhindernde Festhalterungen (Verdrehung:  $\square$ , Verschiebung:  $\blacktriangle$ )
  3. Nullzustand (=Laststzustand,  $r=0$ )
    - (a) Aufbringen der äußeren Beanspruchungen (Lasten, Temperatur, Lagerverschiebung ...) auf das geom. best. GS
    - (b) Ablesen der Schnittgrößen  $S_i^0$  aus Tafeln
    - (c) Berechnung der Festhaltekräfte  $Z_i^0$  aus GGW-Bedingungen an den Knoten
  4. Einheitszustände
    - (a) Aufbringen von Einheitsverschiebungen  $r^k$  in Richtung der behinderten Verschiebungen
    - (b) ABlesen der Schnittgrößen  $S_i^k$  aus Tafeln
    - (c) Berechnung der Festhaltekräfte  $K_i^k$  aus GGW-Bedingungen an den Knoten
  5. Gleichgewichtsgleichungen:  $Z_i = Z_i^0 + \sum_{k=1}^{n_g} K_i^k r^k \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow r^k$  entsprechen den Verschiebungen
    - Gesamtsteifigkeitsmatrix  $\underline{K}_G$  mit allen  $K_i^k$  ist symmetrisch mit positiver Hauptdiagonale
  6. Bestimmung der Stabendschnittgrößen:  $S_i = S_i^0 + \sum_{k=1}^{n_g} S_i^k r^k$ 
    - Darstellung der Schnittgrößen: Vorzeichenumkehr am linken Knoten (negatives Schnittufer)
- Statisch bestimmte Teilsysteme sind nur im Lastfall zu berücksichtigen; in den Einheitszuständen keine Schnittgrößen.
  - Verschiebungen/Verdrehungen an Federn sind zu behindern; Federkräfte werden nur im jeweiligen Lastfall erzeugt.
  - Für Auflagerverschiebungen eigene Verschiebungsfigur erstellen

### 7.1 Drehwinkelverfahren

- Vereinfachung des Verschiebungsgrößenverfahrens für  $EA \rightarrow \infty$
1. Ermittlung der zu behindernden Verschiebungen über ausgelenkten Polplan der Gelenkfigur
    - Verdrehungen und Verschiebungen bestimmen
  2. Behinderung der Verdrehung eines jeden Knotens und der ermittelten Verschiebungen  $\rightarrow$  geom. best. GS
    - Mehrere verhinderte Verschiebungen eine Gelenkfigur pro Verschiebungsfreiheitsgrad aufstellen
  3. Bestimmung der Stabendmomente und Festhaltungsmomente für Lastfall und Einheitszustände wie im VV

<sup>†</sup> ab hier Baustatik II

4. Berechnung der Festhaltekräfte:  $\sum u_i \cdot F_i + \sum \varphi_j M_j = 0$  mit den Verschiebungen und Verdrehungen aus dem Polplan der Gelenkfigur
  - Bei mehreren Verschiebungen immer die kinematische Kette nehmen, die für die jeweilige Verschiebung bestimmt wurde
5. weiteres Vorgehen wie im VV

## 8 Symmetrische Tragwerke

1. System ggf. so vereinfachen, dass es symmetrisch wird
2. System an Symmetrieachse teilen
  - Jeweils für Lastfall Symmetrie und Antimetrie Auflager an Symmetrieachse einführen
    - LF Symmetrie: Lager  $\perp$  Symmetrieachse
    - LF Antimetrie: Lager  $\parallel$  Symmetrieachse
  - Auflager in Symmetrieachse bleiben in beiden LF erhalten
  - $n = n_S + n_A$ ,  $n_S \geq n_A$
3. Aufteilung der Lasten
  - rein symmetrische Last: nur im Symmetriefall antragen
  - rein antimetrische Last: nur im Antimetriefall antragen
  - gemischte Last: in beiden Lastfällen so antragen, dass Superposition Ausgangslast ergibt
4. Berechnung der Schnittgrößenverläufe im LF Symmetrie und Antimetrie
5. Superposition der Schnittgrößenverläufe
  - LF Symmetrie: N, M werden symmetrisch, Q antimetrisch ergänzt
  - LF Antimetrie: N, M werden antimetrisch, Q symmetrisch ergänzt

## 9 Finite Elemente Methode für Fachwerke

1. Diskretisierung: Zerlegung des Tragwerks in Elemente (Fachwerkstäbe)
2. Elementsteifigkeitsmatrix eines Elements  $e$  in lokalen Koordinaten:  $\underline{K}_L^e = \frac{EA}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$
3. Transformation in globale Koordinaten mit Transformationsmatrix  $\underline{T} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \end{bmatrix}$ 
  - $\alpha$  von globaler  $x$ -Achse am Knoten mit der niedrigeren Knotennummer in mathematisch positiver Richtung zur Stabachse
4. globale Elementsteifigkeitsmatrix:  $\underline{K}_G^e = \underline{T}^T \circ \underline{K}_L^e \circ \underline{T} = \frac{EA}{l} \begin{bmatrix} c^2 & sc & -c^2 & -sc \\ sc & s^2 & -sc & -s^2 \\ -c^2 & -sc & c^2 & sc \\ -sc & -s^2 & sc & s^2 \end{bmatrix}$
5. Zusammensetzen zur Gesamtsteifigkeitsmatrix  $\underline{K}$  durch Addition der Elementsteifigkeitsmatrizen für jeden Knoten und jede Richtung
6. Aufstellen des Lastvektors  $\underline{F}$ 
  - Streckenlast  $n$  über Lasteinzugsbreite (Aufteilung in Feldmitte) in Knotenlasten umrechnen
  - Knotenlasten in Koordinatenrichtung entsprechend  $\underline{v}$  aufstellen
7. Lösen des Gleichungssystems  $\underline{K} \circ \underline{v} = \underline{F}$



8. Rückrechnung der Schnittgrößen (aus Knotenverschiebungen der Knoten  $i$  und  $k$ ):

$$S = EA \cdot \varepsilon = \frac{EA}{l} \cdot (u_k^e - u_i^e)$$

$$- \begin{bmatrix} u_i \\ u_k \end{bmatrix} = \underline{T} \circ \begin{bmatrix} u_{ix} \\ u_{iy} \\ u_{kx} \\ u_{ky} \end{bmatrix}$$

- Bei „schiefe“ Auflager unterschiedliche Transformation der beiden lokalen Freiheitsgrade  $u_i$  und  $u_k$ 
  - Wählen der KOS an den Stabenden so, dass alle Auflagerkräfte parallel zu jeweils einer Achse sind
  - Transformationsmatrix  $\underline{T} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \beta & \sin \beta \end{bmatrix}$
  - globale Elementsteifigkeitsmatrix:  $\underline{K}_G^e = \frac{EA}{l} \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \sin \alpha \cos \alpha & -\cos \alpha \cos \beta & -\cos \alpha \sin \beta \\ & \sin^2 \alpha & -\sin \alpha \cos \beta & -\sin \alpha \sin \beta \\ & & \cos^2 \beta & \sin \beta \cos \beta \\ \text{sym.} & & & \sin^2 \beta \end{bmatrix}$
- Knotenverschiebungen aus FEM am Fachwerkstab sind exakt
  - Dazwischen bei FEM linearer, analytisch aber quadratischer Verlauf
  - Mit FEM ermittelte Stabkräfte nur im Mittel exakt

## 10 Schnittgrößen vorgespantter Tragwerke

- Äußere Vorspannung: planmäßige Vorspannung eines Tragwerks durch aufgebrauchte Verformung, z. B. Lastfall Stützensenkung
- Innere Vorspannung: Teil eines Tragwerks wird verkürzt und belastet andere Teile, z. B. Spannbeton
- Stat. best. Teilsysteme: Vorspannung ist ein Einspannungszustand (ESPZ). Deshalb treten keine Lagerreaktionen auf. Beim Abbau gehen keine resultierenden Kräfte auf das restliche Tragwerk
- Stat. unbest. Tragwerke: Vorspannung als äußeren LF ansetzen und mit anderen LF<sub>n</sub> überlagern

### 10.1 Berechnung mit dem Kraftgrößenverfahren

- Wahl der statisch Unbestimmten  $X_i$ , stat. best. GS
- Lastzustand Vorspannung
  1. über Umlenkkräfte: Aufteilung des Trägers in Segmente mit gleichförmigem Spanngliedverlauf
    - Linear: Segmentendmomente:  $M_i = \pm V \cdot e_i$ , Vertikalkräfte:  $V_{V,i} = \alpha \cdot V = \frac{\Delta e_i}{l_i}$ , Horizontalkräfte  $V_H = V$
    - Parabolisch: Streckenlast  $u = \frac{8Vf}{l^2}$ , Segmentendvertikalkräfte  $V_V = \frac{ul}{2}$ , Moment in Segmentmitte  $M = V \cdot f$
    - ggf. Verläufe interpolieren
  2. Momentenverlauf entspricht gespiegeltem Spanngliedverlauf
    - Normalkraft durch Vorspannung:  $N = -V$
- Weiteres Vorgehen (Einheitszustände, Elastizitätsgleichung, Superposition) s. o.

### 10.2 Berechnung mit dem Verschiebungsgrößenverfahren

- Bestimmung des geom. best. GS
- Äußere Vorspannung: Berechnung analog Kapitel 7
- Lastfall innere Vorspannung: Berechnung über eigene Tafeln
- Einheitszustände, Bedingungsgleichung und Aufstellen des Momentenverlaufs aus VV-Rechnung s. o.
- Superposition des Momentenverlaufs aus VV mit Momentenverlauf aus Vorspannung ( $V \cdot e \equiv$  gespiegelter Spanngliedverlauf) ergibt resultierenden Gesamtmomentenverlauf

## 11 Räumliche Tragwerke

- Abzählformeln
  - Stabtragwerke (Systemachsen liegen nicht in einer Ebene):  $N_{KV} = a + 6 \cdot (p - k) - r$ ,  $N_{VV} = 3 \cdot k + f$
  - Trägerrost (eben, Belastungen wirken senkrecht zur Tragwerksebene):  $N_{KV} = a + 3 \cdot (p - k) - r$
- Koordinatensysteme: global oder lokal
  - Verschiebungsgrößen ( $u, v, w$ ) sind positiv, wenn sie in Richtung der Koordinatenachsen zeigen
  - Verdrehungen ( $\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$ ) sind positiv, wenn sie um die jeweilige Achse drehen
  - Kraftgrößen ( $N, Q_y, Q_z, M_x, M_y, M_z$  sind positiv, wenn die am positiven Schnittufer in positive Koordinatenrichtung zeigen)
- Momentengleichgewicht über "Rechte-Hand-Regel":  $\sum M_g^i \equiv$  Moment um eine Gerade  $g$  (Koordinatenachse) durch einen Punkt  $i$
- Momentenverläufe
  - Globales KOS
    - \* Biegemomente auf Zugseite zeichnen  $\rightarrow$  keine Vorzeichen erforderlich
    - \* Torsionsmoment muss Vorzeichen haben
    - \* in globalen Koordinaten sind Biege- und Torsionsmomente in einem Bild enthalten, Vorsicht beim Koppeln!
    - \* Momentenverläufe stetig
  - Lokales KOS
    - \* Biegemomente auf Zugseite zeichnen  $\rightarrow$  keine Vorzeichen erforderlich
    - \* Torsionsmoment muss Vorzeichen haben
    - \* Momentenverläufe unstetig
- Vereinfachung des Tragwerks aufgrund von von Symmetrie
  - Betrachtung des Gesamtsystems in beiden Lastfällen, das durch Kräftepaare so symmetrisch/antimetrisch belastet wird, dass in jedem System alle sechs globalen Schnittgrößen auftreten
  - Aufstellen der Momenten-, Querkraft- und Normalkraftverläufe
  - Lager in der Symmetrieebene dann wählen, wenn ein Schnittkraftverlauf an dieser Stelle aus einem entsprechenden Kräftepaar nicht zu Null wird

### 11.1 Kraftgrößenverfahren im 3D

- Vorgehen analog KV im 2D (Kapitel 4)
- $\delta_{ik} =$ 

$$\begin{aligned}
 &+ \int_x \frac{N^i \cdot N^k}{EA} dx + \int_x \frac{M_y^i \cdot M_y^k}{EI_y} dx + \int_x \frac{M_z^i \cdot M_z^k}{EI_z} dx + \int_x \frac{M_T^i \cdot M_T^k}{GI_T} dx && \text{Schnittgrößen} \\
 &+ \int_x \bar{N} \alpha_T T_N dx + \int_x \bar{M} \alpha_T \frac{T_M}{h} dx && \text{Temperatur mit } T_N = \frac{T_u + T_o}{2}, T_M = T_u - T_o \text{ (} u : \text{ gestrichelte Faser)} \\
 &+ \sum_i \bar{F}_{ci} \frac{F_{ci}}{c_i} && \text{Federn mit } \bar{F}_{ci} : \text{ Kraft in Feder durch Einslast} \\
 &- \sum_i \bar{C}_i \hat{c}_i - \sum_i \hat{\varphi}_i \cdot \bar{M}_i && \text{Lagerverschiebung mit } \bar{C}_i : \text{ Auflagerkraft durch Einslast, } \hat{c}_i : \text{ Lagerverschiebung}
 \end{aligned}$$
  - Bei Temperatur, Federn und Lagerverschiebung auf den Lastfall achten!

## 11.2 Verschiebungsgrößenverfahren im 3D

1. Abbau statisch bestimmter Teilsysteme
2. Einführen von Festhalterungen
3. Zerlegung des Tragwerks in (belastete) 2D-Teilsysteme
4. An biegesteifen Ecken Einführen von Federn, die die Verschiebungen/Verdrehungen angreifender Stäbe berücksichtigen
  - Berechnung der Federsteifigkeit durch Aufbringen einer Kraft  $F$  und einer Verschiebung  $\bar{1}$  bzw. eines (Torsions-)Moments  $M$  und einer Verdrehung  $\bar{1}$
  - Berechnung der Verschiebung  $f$  bzw. Verdrehung  $\varphi$  mit dem Arbeitssatz
  - Berechnung der Federsteifigkeit:  $c_f = \frac{F}{f}$ ,  $c_M = \frac{M}{\varphi}$
5. Vereinfachung eines Tragwerkteils aufgrund von Belastung
  - Keine Last in x-Richtung:  $u_{ix} = 0$
  - Keine Last in y-Richtung:  $u_{iy} = 0$
  - Keine Last in z-Richtung:  $u_{iz} = 0$
  - Keine Last in xy-Ebene:  $\varphi_{iz} = 0$
  - Keine Last in xz-Ebene:  $\varphi_{iy} = 0$
  - Keine Last in yz-Ebene:  $\varphi_{ix} = 0$
6. Übliches Vorgehen gemäß VV (Kapitel 7 bzw. 7.1)
7. Federn bewirken in den Einheitszuständen am Knoten entgegen der Verschiebung/Verdrehung angreifende Schnittgrößen
8. Lösen der Bedingungsgleichungen liefert Werte für  $r^k$
9. Schnittgrößen in den unbelasteten Stäben über rückgerechnete Federkräfte:  $F/M = c \cdot r$